# 第一章

* Def **线性组合**
* def **线性变换**
* Def **子空间（subspace）**：，如果满足以下条件，W就是的子空间

1. 
2. 

* def **行等价**：A和B都是上的矩阵，A的每一行是B的行的线性组合，B的每一行是A的行的线性组合，叫做行等价（row equivalent）
* th **初等变换（elementary transformation of rows）**：A是上的矩阵，A经过以下变换后变成B，那么A与B行等价

1. 某两行互换
2. 用F中的非0数乘以某行
3. 把某行的常数倍加到另一行

* Def **维度(dimension)**：W是F^n的子空间，W中存在r个线性无关向量，任意r+1个向量线性相关，称为dim W =r
* Def **基(basis)**：，且表示方法唯一，称为M是W的一组**基**

# 第二章

* Def **等价（equivalent）**：S1与S2是两个向量组，如果能够互相线性表示，叫做S1与S2等价
* Def **向量空间** V是非空集合，F是一个数域，如果满足以下两个条件，称为V是F上的线性空间，记做**V(F)**

1. 定义了运算
2. 定义了加法，使得，且唯一
3. 定义了数乘，使得，且唯一

**2、运算律**

A1) 加法交换律

A2) 加法结合律

A3)具有0向量，记做

A4)具有负向量，记做

M1)

M2)

D1)乘法对向量和的分配率

D2)乘法对数量和的分配率

* TH V(F),则以下命题成立

1. V中的零向量唯一
2. 每个的负向量唯一
3. 
4. 

* Def 线性组合
* Def **子空间（subspace）**：V是数域F上的线性空间，S是V的任意子集，如果满足以下条件，W就是V的子空间

1. 
2. 

* TH V是数域F上的线性空间，W是V的子空间，那么W也是F上的线性空间
* Def **等价**：V是F上的线性空间，S1和S2是V的子集，如果S1的每个元素都是S2的线性组合，S2的每个元素是S1的线性组合，称为S1与S2等价
* Def **线性相关**，**线性无关**
* Def **极大线性无关组：**V是F上的线性空间，S是V的子集。M是S的子集，M线性无关，线性相关，那么M是S的**极大线性无关组**
  + **TH** S是V的子集，S的任意两个极大线性无关组等价
  + **TH** F是数域，V=V(F)，，分别有n1, n2个元素，S1是S2的线性组合。如果n1>n2，那么S1线性相关；如果S1线性无关，那么n1<=n2
* Def **秩**：向量组S的极大线性无关组的个数
  + - 前面已经证明了，极大线性无关组等价、个数相等
* Def **维度**、**基**、**坐标**：F是数域，V=V(F)。**维度**：极大线性无关组的个数。**基**：极大线性无关组。
  + TH W是V的子空间，那么dim W<=dim V，并且dim W=dim V ⬄W=V
  + TH **Steinitz替换定理**：可以被线性表示，那么：
    - s≤t
    - 用S中的s个元素元素替换，T中的s个元素，存在替换方案，使得替换后的集合与T等价

## 同构与同态

* Def **同构（isomorphic）**：V1, V2是数域F上的线性空间如果存在一一映射，满足条件：

a) 

b) 

称为：V1与V2**同构（isomorphic）**，是V1到V2的**同构映射（isomorphism）**。

特别的，若V1=V2，称为**自同构（automorphism）**

* TH 若是同构映射，那么：

1. 把0向量映射到0向量：
2. 把负向量映射到负向量：
3. 把线性无关映射到线性无关：，S线性无关⬄线性无关
4. 把基映射到基：M是V1的基⬄是V2的基
5. 维数相等：dim V1=dim V2

TH 同一数域F上的任何两个线性空间，如果维度相等，那么同构

* **Def 同态（homomorphism）**：V1, V2是数域F上的线性空间如果存在（不一定是一一）映射，满足条件：

a) 

b) 

称为：是V1到V2的**同态映射（homomorphism）**

* TH 若是V1到V2的同态映射，那么：

1. 把0向量映射到0向量：
2. 把负向量映射到负向量：
3. 把线性相关映射到线性相关：，S线性相关=>线性相关

## 子空间的交与和

* TH V是F上的线性空间，是V的子空间，，那么U也是F上的子空间
* Def **子空间的和**：V是F上的线性空间，是V的子空间，定义，称为**子空间的和**
* TH V是F上的线性空间，是V的子空间，，那么：

1. W是子空间
2. W是包含的最小子空间
3. Mi是Wi的基，那么的生成子空间就是
4. Dim()≤dim W1+dim W2+…+dim Wt
5. 

* Def **直和**：V是F上的线性空间，是V的子空间.如果分解式唯一，称为W是Wi的**直和**，记做
  + **TH** 是直和的充分必要条件是：



* + **TH** 是直和的充分必要条件是：

****

* + **TH** 是直和的充分必要条件是：

对2≤i≤t成立

* Def 补空间（complement space）：W, U是V的子空间，，称为U是W在V中的补空间
* 若，则
* 
* 
* 
* 
  + 的解集S，那么
* 
* 
* 
* 
* 

正交

* 
* 

特征值

* 
* 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 特征值 | 特征向量 |
| A | lambda | x |
| f(A) | f(lambda) | x |
| A\* | |A|/ lambda | x |
| P^-1AP | lambda | P^-1x |
| AT | lambda | ??? |